

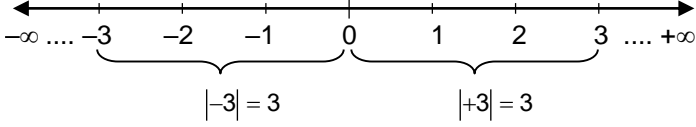
MUTLAK DEĞER

Konu Özeti Konu Kavrama Soruları

MUTLAK DEĞERLİ İŞLEMLER

MUTLAK DEĞERİN ANLAMI

Sayı doğrusu üzerindeki bir sayının sifıra olan uzaklığına o sayının MUTLAK DEĞERİ denir.



Örnekler:

$ -5 = 5$	$\left \frac{3}{2}\right = \frac{3}{2}$
$ +4 = 4$	$\left -\frac{1}{2}\right = \frac{1}{2}$
$ -1 = 1$	$ \sqrt{7} = \sqrt{7}$
$ 0 = 0$	$ \sqrt{3} = \sqrt{3}$

MUTLAK DEĞERİN TANIMI

$$|A| = \begin{cases} A, & A \geq 0 \\ -A, & A < 0 \end{cases}$$

Mutlak değer in içindeki ifade "0" veya pozitif bir değerde ise, dışarıya **AYNEN** çıkar.

Mutlak değer in içindeki ifade negatif bir değerde ise, dışarıya (-) ile ÇARPILARAK (yani **TERS İŞARETLİ** olarak) çıkar.

Örnek-1) $|-5| = 5$ neden?

$$|-5| = -(-5) \Rightarrow |-5| = 5$$

(İçerdek i ifade NEGATİF) (TERS İŞARETLİ)

Örnek-2) $|+4| = 4$ neden?

$$|+4| = 4$$

(İçerdek i ifade POZİTİF) (AYNEN)

Örnek-3) $x < 0 \Rightarrow |x| = ?$

$$|x| = -x$$

(İçerdek i ifade NEGATİF) (TERS İŞARETLİ)

Örnek-4) $y < 0 \Rightarrow |-y| = ?$

$$y < 0 \Rightarrow -y > 0 \Rightarrow |-y| = -y$$

(İçerdek i ifade POZİTİF) (AYNEN)

Örnek-5) $z > 0 \Rightarrow |-z| = ?$

$$z > 0 \Rightarrow -z < 0 \Rightarrow |-z| = -(-z)$$
$$|-z| = z$$

(İçerdek i ifade NEGATİF) (TERS İŞARETLİ)

Örnek-6) $x < y \Rightarrow |x - y| = ?$

$$x < y \Rightarrow x - y < 0 \Rightarrow |x - y| = -(x - y) = -x + y$$

ya da $|x - y| = y - x$

(İçerdek i ifade NEGATİF) (TERS İŞARETLİ)

Örnek-7) $x < 0$ ise,

$$|x| + |-x| - |x| - |-x|$$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) $-x$ C) $-2x$ D) $-3x$ E) $-4x$

1. Çözüm Yolu

Mutlak değer tanımıyla gidilerek çözülebilir.

$$\begin{aligned}x < 0 &\Rightarrow |x| = -x \rightarrow (\text{TERS İŞARETLİ}) \\ -x > 0 &\Rightarrow |-x| = -x \rightarrow (\text{AYNEN})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&|x| + |-x| - |x| - |-x| \\ &\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &-x + (-x) - (-x) - (-x) \\ &-x - x + x + x = 0\end{aligned}$$

2. Çözüm Yolu

x yerine değer vererek de sonuç bulunabilir. Bunun için NOT-1 dikkate alınmalıdır.

NOT - 1: PRATİK KURAL (DEĞER VERME)

- Bilinmeyenlerin (yani "x", "y" v.b.) yerine, soruda verilen koşullara uygun sayısal değerler verilerek işlemin sonucu bulunur.
- Gerekirse, aynı sayısal değerler cevap seçeneklerindeki ifadelerde de yerine konularak, hangi seçeneğin aynı sonucu verdiği bulunur.
- Sayısal değer verirken, "1", "-1" ve soruda geçen rakamların kullanılmamasına dikkat edilmelidir.

$$x < 0 \Rightarrow x = -5 \text{ seçersek}$$

$$\begin{aligned}&|x| + |-x| - |x| - |-x| \\ &\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ &|-5| + |(-5)| - |-5| - |(-5)| \\ &|-5| + |5| - |-5| - |5| \\ &5 + 5 - 5 - 5 = 0\end{aligned}$$

ÖZELLİKLERİ

$$1) \quad |-x| = |x|$$

$$\text{Örnek: } x = 5 \Rightarrow |-5| = |5| \\ 5 = 5$$

$$2) \quad |x - y| = |y - x|$$

$$\text{Örnek: } \left. \begin{aligned}x &= 2 \\ y &= 5\end{aligned} \right\} \Rightarrow |2 - 5| = |5 - 2| \\ |-3| = |3| \\ 3 = 3$$

$$3) \quad |x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

$$\text{Örnek: } \left. \begin{aligned}x &= 3 \\ y &= -2\end{aligned} \right\} \Rightarrow |3 \cdot (-2)| = |3| \cdot |-2| \\ |-6| = 3 \cdot 2 \\ 6 = 6$$

4)

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \left| \frac{|x|}{|y|} \right|$$

$$\text{Örnek: } \left. \begin{aligned}x &= -6 \\ y &= 2\end{aligned} \right\} \Rightarrow \left| \frac{-6}{2} \right| = \left| \frac{-6}{2} \right| \\ |-3| = \frac{6}{2} \\ 3 = 3$$

5)

$$x < |x| \Rightarrow x < 0$$

$$\text{Örnek: } x = -4 \Rightarrow -4 \leq |4| \\ -4 \leq 4$$

6)

$$|x| = x \Rightarrow x \geq 0$$

$$\text{Örnek: } x = 7 \Rightarrow |7| = 7 \\ 7 = 7$$

$$\text{Örnek: } x = 0 \Rightarrow |0| = 0 \\ 0 = 0$$

7)

$$|x|^n = |x^n|$$

$$\text{Örnek: } \left. \begin{aligned}x &= -2 \\ n &= 3\end{aligned} \right\} \Rightarrow |-2|^3 = |(-2)^3| \\ |-2| \cdot |-2| \cdot |-2| = |(-2) \cdot (-2) \cdot (-2)| \\ 2 \cdot 2 \cdot 2 = |-8| \\ 8 = 8$$

Konu Kavrama Soruları:

1. $x < 0$ ise, $|-x| + |x| - |3 - x|$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -3 B) -x-3 C) 3-x D) x E) x+3

2. $x < 0$ ise, $\frac{|3x| + 3}{2 + 2 \cdot |x|}$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{3}{2}$ B) 1 C) 2 D) $\frac{x}{2}$ E) $\frac{-2x}{3}$

3. $x < 0 < y$ olduğuna göre, $|-x| + |x-y| + |-y|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $y-2x$ B) $2y$ C) $2y-2x$ D) $2x-2y$ E) $-2x$

4. $x - 2 = y$ olduğuna göre, $3|x-y| - 2|y-x|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) x B) y C) 2 D) 10 E) 12

5. $x \in \mathbb{R}$ ve $x < \frac{1}{4}$ olmak üzere, $|3x - |x-1|| - 2$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-4x - 3$ B) $-4x - 1$ C) $4x - 3$
D) $4x + 1$ E) $4x + 3$

6. Sayı doğrusu üzerinde, 2 noktasına eşit uzaklıkta olan iki farklı sayının çarpımı $\frac{32}{9}$ olduğuna göre, büyük sayı küçük sayıdan kaç fazladır?
A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{6}{7}$

7. $a < 0$ ve $b > 0$ için, $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} + |a-b|$ ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?
A) $-2a$ B) $-2b$ C) $-a$ D) $-b$ E) 0

8. $a = |\sqrt{5} - 3|$
 $b = |a - 5|$
 $c = |b - 2|$
olduğuna göre, c kaçtır?
A) $\sqrt{5}$ B) $2 + \sqrt{5}$ C) $4 + \sqrt{5}$
D) $10 - \sqrt{5}$ E) $5 - \sqrt{5}$

MUTLAK DEĞERLİ DENKLEMLER

Mutlak değer içindeki ifade, eşitliğin diğer tarafındaki sayının bir (+) 'ısına bir de (-) 'isine eşitlenerek 2 ayrı denklem şeklinde yazılır. Bu denklemlerin çözümüyle bilinmeyenler bulunur.

$$\begin{array}{ccc} & |x| = 5 \text{ ise} & \\ \swarrow & & \searrow \\ x = +5 & & x = -5 \end{array}$$

9. $|2x - 5| = 15$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) -5 B) 0 C) 5 D) 10 E) 15

10. $\left| \frac{7-2x}{5} \right| = 3$ denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) -7 B) -4 C) 4 D) 7 E) 11

11. $|2x - 3| - 4 = 5$
denklemini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?
A) -6 B) -3 C) 0 D) 3 E) 6

12. $|x - 5| = 2x - 7$
eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?
A) -2 B) -1 C) 1 D) 2 E) 4

NOT - 2: Mutlak değer alabileceği en küçük sayı değeri 0 (sıfır) dir.

13. $|x - 3y| + |y + 4| = 0$
olduğuna göre, x + y toplamı kaçtır?
A) -16 B) -12 C) -8 D) -4 E) 0

14. $A = |x - 2| + |2x + 8|$
toplamının en küçük değeri kaçtır?
A) 2 B) 4 C) 6 D) 10 E) 12

15. $\frac{18}{|x + 2| + |x - 1|}$
kesrinin alabileceği en büyük değer kaçtır?
A) 1 B) 2 C) 3 D) 6 E) 9

16. $-3 < x < 1$ olmak üzere,
 $|x + 3| - |x - 1| = 3$
denklemini sağlayan x değeri kaçtır?
A) $-\frac{3}{2}$ B) -1 C) $-\frac{1}{2}$ D) 0 E) $\frac{1}{2}$

17. $|x - 3| + |12 - 4x| = 20$
denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

NOT - 3: Bu tip sorularda özellik 2 ve 3 teki bağıntılardan yararlanır.

• Özellik - 2 $\rightarrow |x - y| = |y - x|$

Örneğin : $|x - 3| = |3 - x|$

• Özellik - 3 $\rightarrow |x \cdot y| = |x| \cdot |y|$

Örneğin : $|5x - 10| = |5(x - 2)| = |5| \cdot |x - 2|$
 $= 5|x - 2|$

18. $|3x+1|=|x+15|$
denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

a > 0 olmak üzere,

- 1) $|x| < a$ ise $-a < x < a$
eşitsizliğinin çözüm kümesi bulunur.

- 2) $|x| > a$ ise $x > a$ ve $x < -a$
eşitsizliklerinin çözüm kümelerinin birleşimi bulunur.

19. $|2x-5| < 11$
eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?

20. $|2x+1| > 5$
eşitsizliğinin çözüm kümesi nedir?
Ç.K. $\Rightarrow (-\infty, -3) \cup (2, \infty)$

21. $|3-x| \leq 5$
eşitsizliğini sağlayan kaç tane x tam sayısı vardır?
A) 12 B) 11 C) 10 D) 9 E) 8

22. $|x| \leq 4$ olmak üzere, $x + 2y = 0$ denklemini sağlayan kaç tane y tam sayısı vardır?
A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

23. $|x+2| > 4$
eşitsizliğini sağlayan en büyük negatif tam sayı ile, en küçük pozitif tam sayının toplamı kaçtır?
A) -7 B) -4 C) -2 D) 4 E) 7

24. $|2x-1| \geq 3$
eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?
A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

25. $9 < |2x-7| < 13$
eşitsizliğini sağlayan tam sayılarının toplamı kaçtır?
A) 14 B) 13 C) 12 D) 10 E) 7

26. $a < a^2 < |a|$
eşitsizliğinin gerçekleşebilmesi için a aşağıdaki aralıkların hangisinde olmalıdır?
A) $(-\infty, -1)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(-1, 0)$
D) $(0, 1)$ E) $(0, \infty)$

27. $|x^2-4| = |2-x|$
denklemini sağlayan x reel sayılarının toplamı kaçtır?
A) -4 B) -3 C) -2
D) -1 E) 0