

# ÜSLÜ SAYILAR

## Konu Özeti

## Konu Kavrama Soruları

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \dots \dots \cdot a}_{n \text{ tane}} = a^n \rightarrow \begin{array}{l} \text{üs (kuvvet)} \\ \text{taban} \end{array}$$

**Örnek :**  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$   
 $5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^3$   
 $a \cdot a = a^2$

### ÖZELLİKLER

1)  $a^1 = a$  Sayının 1. kuvveti kendisine eşittir.

**Örnek :**  $3^1 = 3$   $(-5)^1 = -5$

2)  $a^0 = 1$  Sayının 0. kuvveti 1 'e eşittir. ( $a \neq 0$  olmak üzere)

**Örnek :**  $4^0 = 1$   $(-125)^0 = 1$

3)  $1^n = 1$  1 'in tüm kuvvetleri 1 'e eşittir.

**Örnek :**  $1^5 = 1$   $1^{-1500} = 1$

4)  $0^n = 0$  0 'ın kuvvetleri 0 'a eşittir. ( $n > 0$  olmak üzere)

**Örnek :**  $0^7 = 0$   $0^{2000} = 0$

5)  $0^0$  belirsizdir.  $0^{-3} = \text{tanımsız}$

6) **Negatif sayıların :**

- TEK sayı kuvvetleri  $\rightarrow (-)$
- ÇİFT sayı kuvvetleri  $\rightarrow (+)$

**Örnek :**  $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$

$(-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$

**NOT-1:**

$(-5)^2 = +25$   $\rightarrow$  Üs, parantezin üzerindeyse içerdeki işareti de ilgilendirir.

$-5^2 = -25$   $\rightarrow$  Üs, sadece sayının (yani tabanın) üzerindeyse sadece sayıyı ilgilendirir. İşareti etkilemez.

7)  $a^{-1} = \frac{1}{a}$  Bir sayının  $-1$ . kuvveti, o sayının ters çevrilmiş haline eşittir.

**Örnek :**  $5^{-1} = \frac{1}{5}$   $-2^{-1} = -\frac{1}{2}$

**NOT-2:**  $-1$ . kuvvetin önündeki  $(-)$  işareti sadece tabandaki sayıyı ters çevirir. Tabandaki sayının işareti ile ÇARPILMAZ.

8)  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$  Bir kesrin  $-1$ . kuvveti, pay ve paydasının yer değiştirmiş haline eşittir.

**Örnek :**  $\left(\frac{3}{2}\right)^{-1} = \frac{2}{3}$   $\left(-\frac{5}{7}\right)^{-1} = -\frac{7}{5}$

9) **(ÜSSÜN ÜSSÜ)**

$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$  İçerdeki ve dışarıdaki üsler çarpılır.

**Örnek :**  $(2^3)^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}$   $3^{10} \rightarrow \begin{array}{l} (3^5)^2 \\ (3^2)^5 \end{array}$  veya

**NOT-3:**  $(a^m)^n = (a^n)^m$  ve  $\left[(a^m)^n\right]^k = a^{m \cdot n \cdot k}$   
olduğuna dikkat ediniz.

**Örnek :**  $\left[(2^3)^4\right]^5 = 2^{3 \cdot 4 \cdot 5} = 2^{60}$

**NOT-4:** Aşağıdakilerin bilinmesi işlemlerde kolaylık sağlar.

$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$5^2 = 25$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$5^3 = 125$
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$5^4 = 625$
$2^5 = 32$	$3^5 = 243$	$6^3 = 216$
$2^6 = 64$	$4^3 = 64$	$7^2 = 49$
$2^7 = 128$	$4^4 = 256$	$7^3 = 343$

10) **(NEGATİF ÜS)**

**A-) Tam sayı**

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**B-) Rasyonel sayı**

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

**11) (ÇARPMA)****A. Tabanlar Aynı**

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad \text{Üsler toplanır.}$$

Örnek:  $2^5 \cdot 2^9 = 2^{5+9} = 2^{14}$   
 $5^{4+7} = 5^4 \cdot 5^7$

**B. Üsler Aynı**

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n \quad \text{Tabanlar çarpılır, ortak üs yazılır.}$$

Örnek:  $2^{12} \cdot 5^{12} = (2 \cdot 5)^{12} = 10^{12}$   
 $6^7 = (2 \cdot 3)^7 = 2^7 \cdot 3^7$

**12) (BÖLME)****A. Tabanlar Aynı**

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \quad \text{Yukarıdaki üsten alttaki üs çıkarılır.}$$

Örnek:  $\frac{3^9}{3^4} = 3^{9-4} = 3^5$   
 $\frac{5^3}{5^{-4}} = 5^{3-(-4)} = 5^{3+4} = 5^7$

**B. Üsler Aynı**

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n \quad \text{Pay, paydaya bölünür. Ortak üs üzerlerine yazılır.}$$

Örnek:  $\frac{6^5}{3^5} = \left(\frac{6}{3}\right)^5 = 2^5$   
 $\left(\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{5^3}{2^3} = \frac{125}{8}$

**13) (TOPLAMA - ÇIKARMA)**

$$x \cdot a^n + y \cdot a^n - z \cdot a^n = (x + y - z) \cdot a^n$$

Taban ve üsleri aynı olan üslü sayıların önündeki katsayılar arasında işlem yapılır.

Örnek:  $3 \cdot 2^8 + 6 \cdot 2^8 - 4 \cdot 2^8 = (3 + 6 - 4) \cdot 2^8 = 5 \cdot 2^8$

Örnek:  $2^{16} + 2^{15} + 2^{14} = ?$

**NOT-5:** Bu tip sorularda, tabanları aynı olan üslü sayılar, üssü en küçük olan sayı cinsinden ifade edilir.

**14) (ÜSLÜ DENKLEMLER)****A. Tabanlar Aynı, Üsler Farklı**

$$\text{Üsler eşitlenir.} \quad a^m = a^n \Rightarrow m = n$$

Örnek:  $2^{3x-7} = 32 \Rightarrow x = ?$

$$2^{3x-7} = 2^5 \Rightarrow 3x - 7 = 5$$

$$3x = 12 \Rightarrow x = 4$$

**B. Üsler Aynı, Tabanlar Farklı**

$$a^n = b^n$$

**B.1) Üs → TEK ise**

$$a = b$$

Örnek:  $(4x-3)^5 = (3x+7)^5 \Rightarrow x = ?$

$$\text{üs} \rightarrow \text{Tek} \Rightarrow 4x - 3 = 3x + 7$$

$$x = 10$$

**B.2) Üs → ÇİFT ise**

$$a = b \quad \text{veya} \quad a = -b$$

Örnek:  $(3x-7)^6 = (x+11)^6 \Rightarrow x = ?$

$$\text{üs} \rightarrow \text{Çift}$$

$$3x - 7 = x + 11 \quad \text{veya} \quad 3x - 7 = -(x + 11)$$

$$2x = 18 \quad \text{veya} \quad 3x - 7 = -x - 11$$

$$x = 9 \quad \text{veya} \quad 4x = -4 \Rightarrow x = -1$$

$$x = 9 \quad \text{veya} \quad x = -1$$

**C. Tabanlar ve Üsler Farklı**

$$a^m = b^n \Rightarrow m = 0 \quad \text{ve} \quad n = 0$$

Her ikisinin de üssü SIFIR olmalıdır.

Örnek:  $5^{3x-6} = 2^{y+1} \Rightarrow x \cdot y = ?$

$$3x - 6 = 0 \quad y + 1 = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 2 \\ y = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow x \cdot y = -2$$

$$D. \left. \begin{array}{l} a^x = b^m \\ a^y = b^n \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{m}{n}$$

$$\text{Örnek: } \left. \begin{array}{l} 3^x = 7 \\ 3^y = 343 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{y+x}{x} = ? \quad (\text{Cevap: } 4)$$

### E. $a^n = 1$ ise

1 e eşit üslü denklemlerde üç durum incelenmelidir.

- 1-) üs = 0 ve taban  $\neq 0$  olabilir. ( $n = 0$  ve  $a \neq 0$ )
- 2-) taban = 1 olabilir. ( $a = 1$ )
- 3-) taban = -1 ve üs ÇİFT sayı olabilir. ( $a = -1$  ve  $n$  çift sayı)

Bulunan x değerleri çözüm kümesini oluşturur.

$$\text{Örnek: } (x-1)^{x+3} = 1$$

ise, x 'in alabileceği değerlerin çarpımı kaçtır? (Cevap: -6)

### 15) (ÜSLÜ SAYILARDA SIRALAMA)

#### A. Tabanlar Aynı

Üssü daha büyük olan büyüktür.

$$\text{Örnek: } 2^2 < 2^3 < 2^4 \leftrightarrow 4 < 8 < 16$$

#### B. Üsler Aynı

Tabanı daha büyük olan büyüktür.

$$\text{Örnek: } 2^3 < 3^3 < 5^3 \leftrightarrow 8 < 27 < 125$$

**NOT-6:** Yukarıdaki sıralama bağıntılarının  $a > 1$  (1'den büyük sayılar) için verildiğine dikkat ediniz.

Bu koşuldan farklı üslü ifadeler için, EŞİTSİZLİKLER ders notunda ayrıntıları verilen kuralları uygulayınız.

### Konu Kavrama Soruları:

1.  $(-2010)^0 + (-1)^{2011} + 0^{2012} - 1^{2013}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) -2      B) -1      C) 0      D) 1      E) 2

2.  $\frac{-2^3 + (-1)^6 - (-2)^2}{3^3 - (-2)^4}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $-\frac{3}{2}$       B) -1      C)  $-\frac{1}{2}$       D)  $\frac{1}{2}$       E) 1

3.  $\frac{(-x^2)^{-3} \cdot (-x^{-1})^2 \cdot (x^{-1})^3}{(-x^{-2})^3 \cdot (-x^{-1})^7}$

ifadesi aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) x      B)  $-x^2$       C)  $-x^{-2}$       D)  $-x^{-1}$       E)  $x^2$

4.  $\frac{(m^3)^5 \cdot (n^4)^2}{(m^2 \cdot n^5)^4}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{m^7}{n^{12}}$       B)  $\frac{m^7}{n^{11}}$       C)  $\frac{m^6}{n^{12}}$       D)  $\frac{m^2}{n^6}$       E)  $\frac{m^2}{n^3}$

5.  $2^{-6} \cdot (2^3 + 2^4 + 2^5)$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{3}{4}$     B)  $\frac{5}{4}$     C)  $\frac{5}{8}$     D)  $\frac{7}{8}$     E)  $\frac{9}{16}$

6.  $\frac{3^5 + 3^5 + 3^5 + 3^5}{6^5 + 6^5}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A)  $\frac{1}{2}$     B)  $\frac{1}{2^3}$     C)  $\frac{1}{2^4}$     D)  $\frac{1}{3^5}$     E)  $\frac{1}{6^5}$

7.  $\frac{5^{14} + 5^{12} + 5^{10}}{5^{11} + 5^9 + 5^7}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 125    B) 25    C) 5    D)  $\frac{1}{5}$     E)  $\frac{1}{25}$

8.  $\frac{3 \cdot 3^{41} - 12 \cdot 3^{40}}{9^{20}}$  işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3    B) 2    C) -2    D) -3    E) -4

9.  $2^{x-1} = a$      $3^{x+1} = b$      $6^x = 18$   
olduğuna göre, a.b çarpımı kaçtır?

- A) 15    B) 18    C) 20    D) 24    E) 27

10.  $2^x = 7$  olduğuna göre,  $2^{x+1} + 4^x$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 54    B) 63    C) 74    D) 81    E) 89

11.  $2 \cdot 3^x = a$  olduğuna göre,  $4 \cdot 81^x$  ifadesinin a türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{a^4}{2}$     B)  $\frac{a^4}{4}$     C)  $a^4$     D)  $4a^2$     E)  $9a^2$

12.  $2^{-x} = a$   
 $3^x = b$

olduğuna göre,  $(648)^x$  ifadesinin a ve b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $a \cdot b^3$     B)  $a^3 \cdot b^4$     C)  $\frac{a}{b^2}$     D)  $\frac{b^4}{a^2}$     E)  $\frac{b^4}{a^3}$

13.  $6^{x+1} = 3^{x+3}$  olduğuna göre,  $2^{x+1}$  ifadesinin değeri kaçtır?

- A) 3      B) 4      C) 6      D) 8      E) 9

14. a, b, c gerçel sayıları için

$$2^a = 3$$

$$3^b = 4$$

$$4^c = 8$$

olduğuna göre, a·b·c çarpımı kaçtır?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) 5

15.  $\frac{16^{x-1}}{128^{x+2}} = \frac{1}{32^x}$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 10      B) 9      C) 8      D) 7      E) 6

16.  $3^{2x+1} + 3^{2x-1} = 270$  olduğuna göre, x kaçtır?

- A)  $\frac{2}{3}$       B)  $\frac{1}{3}$       C) 2      D) 3      E) 9

17.  $(x - 3y)^7 = (2x + y)^7$  olduğuna göre,  $\frac{x}{y}$  oranı kaçtır?

- A) -8      B) -6      C) -4      D) -3      E) -2

18. x bir gerçel sayı olmak üzere,  $(x - 5)^8 = 256$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A) 3      B) 5      C) 7      D) 8      E) 10

19.  $75^{2a-b} = 25^{a+b-3}$  denklemini gerçekleyen a ve b tam sayıları için, a · b çarpımı kaçtır?

- A) 6      B) 5      C) 4      D) 3      E) 2

20.  $3^a = 125$

$$5^b = 15$$

olduğuna göre, a'nın b türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A)  $\frac{1}{b-3}$     B)  $\frac{5}{b-3}$     C)  $\frac{3}{b-1}$     D)  $\frac{5}{b-1}$     E)  $\frac{3b}{b-1}$

21.  $(2x - 1)^{8x+4} = 1$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

- A)  $-\frac{1}{2}$       B) 0      C)  $\frac{1}{2}$       D) 1      E)  $\frac{3}{2}$

22.  $A = 19 \cdot 16^3 \cdot (125)^4$

olduğuna göre, A sayısı kaç basamaklıdır?

- A) 12      B) 13      C) 14      D) 15      E) 16

23.  $81^3$  sayısı,  $729^5$  sayısının kaç katıdır?

- A)  $3^{16}$       B)  $3^{17}$       C)  $3^{-17}$       D)  $3^{-18}$       E)  $3^{-19}$

24.  $K = 2^{27}$

$$L = 4^{18}$$

$$M = 6^9$$

ise, aşağıdaki sıralamalardan hangisi doğrudur?

- A)  $K < L < M$       B)  $K < M < L$       C)  $L < K < M$   
D)  $M < L < K$       E)  $M < K < L$